

## OLASILIK VE İSTATİSTİK

### Negatif Binom Dağılımı (Pascal Dağılımı)

Geometrik dağılımın genel şeklidir.

Bağımsız Bernoulli denemeleri dizisinde her bir denemede başarı olasılığı  $p$  olmak üzere  $k \geq 1$  başarının elde edilmesi için gereken denemelerin sayısı  $X$  rasgele değişkeni olduğunda bu değişkene negatif binom rasgele değişkeni denir ve olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$f(x) = P(X = x) = \begin{cases} \binom{x-1}{k-1} p^k q^{x-k} & , x = k, k+1, \dots \\ 0 & , \text{diğer } d. \end{cases}$$

Bu dağılıma, negatif binom dağılımı denir.

$$\text{Negatif Binom dağılımının ortalaması : } E(X) = \mu = \frac{k}{p}$$

$$\text{Negatif Binom dağılımının varyansı : } Var(X) = \frac{kq}{p^2}$$

**Örnek.** 4 kez 6 elde edilinceye kadar bir zar atılsın. Gereken atışların sayısının ortalama ve standart sapması nedir?

**Çözüm.** Başarı durumu, zar atıldığında 6 gelmesidir.

$X$  : 4 kez 6 elde edilinceye kadar yapılan atışların sayısı

$p = \frac{1}{6}$  ,  $k = 4$  ile  $X$  , negatif binom rasgele değişkenidir.

$$E(X) = \frac{4}{1/6} = 24$$

$$Var(X) = \frac{kq}{p^2} = \frac{4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)}{\left(\frac{1}{6}\right)^2} = 120 \quad \text{olup } St. Sapma(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{120} = 10.95$$

bulunur.

## Hipergeometrik Dağılım

$N$  birimden oluşan bir kitlede  $a$  tanesi istenen özelliğe sahip olan,  $N - a$  tanesi de istenen özelliğe sahip olmayan birim olsun.

Bu kitleden iadesiz olarak (yerine koymadan)  $n$  birimlik bir örneklem çekildiğinde; istenen özellikteki birimlerin sayısını  $X$  rasgele değişkeni ile gösterelim. Bu rasgele değişkene hipergeometrik rasgele değişken adı verilir ve olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$f(x) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = & , x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & , \text{diğer } d. \end{cases}$$

Bu dağılıma, hipergeometrik dağılım denir.

$$\text{Hipergeometrik dağılımının ortalaması : } E(X) = \mu = \frac{na}{N}$$

$$\text{Hipergeometrik dağılımının varyansı : } Var(X) = \sigma^2 = \frac{N-n}{N(N-1)} n \frac{a}{N} \left(1 - \frac{a}{N}\right)$$

**Örnek.** Bir kutuda 3 kusurlu 7 kusursuz parça vardır. Tekrar yerine koymaksızın 3 parça çekiliyor. Çekilen kusurlu parçaların sayısının olasılık fonksiyonunu elde ediniz.

### Çözüm.

$X$  : Çekilen kusurlu parçaların sayısı ,  $x = 0, 1, 2, 3$

$$N = 10 , n = 3 , a = 3 (\text{istenen özellik})$$

$$f(x) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{\binom{3}{x} \binom{10-3}{3-x}}{\binom{10}{3}} = & , x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & , \text{diğer } d. \end{cases}$$

olur.

**Soru:**  $P(X = 0) = ?$  ,  $P(X = 1) = ?$   $P(X = 2) = ?$   $P(X = 3) = ?$

(  $35/120$  ,  $63/120$  ,  $21/120$  ,  $1/120$  )